

Examen Parcial Introducción a los Algoritmos - 13 de Junio de 2016
Comisiones Mañana

	Puntajes				
nota	1	2	3	4	5

Cantidad de hojas entregadas:

Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

a) [15 pto(s)] $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$.

b) [15 pto(s)] $(p \Rightarrow q) \vee r \equiv p \vee q \vee r \equiv q \wedge r \equiv q \equiv r$.

2. Formalizar las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

a) [10 pto(s)] “Todas las figuras rojas de xs tienen tamaño mayor a 10”.

b) [10 pto(s)] “El primer elemento de xs está en ys ”.

3. [10 pto(s)] Dar una lista $xs : [Figura]$ que satisfaga la siguiente propiedad escrita usando la Lógica de Predicados, y otra lista $xs : [Figura]$ que no la satisfaga.

$$\langle \exists x, y : x, y \in_{\ell} xs \wedge rojo.x \wedge cuadrado.y : \langle \forall z : z \in_{\ell} xs \wedge rojo.z : \neg cuadrado.z \rangle \rangle.$$

4. [15 pto(s)] Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

$$\langle \forall x : : P.x \Rightarrow Q.x \rangle \Rightarrow (\langle \exists x : : P.x \rangle \Rightarrow \langle \exists x : : Q.x \rangle).$$

5. [25 pto(s)] Dada la definición de la función *hayCirculos*:

$$hayCirculos : [Figura] \rightarrow Bool$$

$$hayCirculos.[] \doteq False$$

$$hayCirculos.(x \triangleright xs) \doteq circulo.x \vee hayCirculos.xs$$

demostrará por inducción la siguiente fórmula

$$hayCirculos.xs \equiv \langle \exists x : x \in_{\ell} xs : circulo.x \rangle.$$